



## Med computeren på jagt efter gode former i strømninger

Nørtoft, Peter

*Publication date:*  
2013

*Document Version*  
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

*Citation (APA):*  
Nørtoft, P. (2013, Mar 1). Med computeren på jagt efter gode former i strømninger. <http://phdcup.dk/>

---

### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

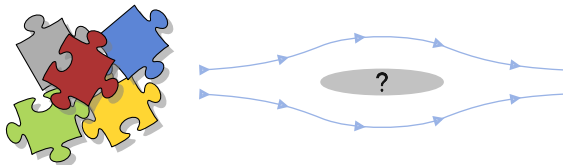
If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

# Med computeren på jagt efter gode former i strømninger

Peter Nørtoft

1. marts 2013

Hvordan finder jeg lige formen, der passer bedst ind i sammenhængen? Fra et almindeligt puslespil kender de fleste af os dette problem helt fra barnsben. Indenfor de tekniske videnskaber optræder udfordringen også i mange afskygninger, omend oftest i en noget mere avanceret forklædning. Et godt eksempel indenfor strømninger er designet af vingen på en flyver. Her lyder spørgsmålet mere præcist: hvordan finder jeg formen på vingen, så luftmodstanden bliver så lille som mulig. På den måde minimeres flyverens brændstofforbrug, hvilket i sidste ende er til gavn for både miljøet og passagerernes pengepunge.



Figur 1: Formoptimering findes i såvel puslespil som design af vinger.

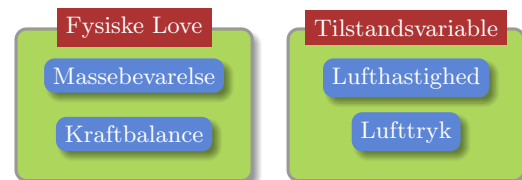
Indenfor de tekniske videnskaber betegnes denne type udfordringer og metoder til at løse dem *formoptimering*. Puslespillet løser vi ved at lede en bunke af brikker igennem og måske prøve os lidt frem, men den strategi er uhensigtsmæssig, når vi skal designe eksempelvis en vinge. Dette var netop motivationen bag ph.d.-projektet “Isogeometrisk analyse og formoptimering i fluid mekanik” udført ved Danmarks Tekniske Universitet. Resultatet af projektet blev en ny metode til at løse formoptimeringsopgaver indenfor strømninger ved hjælp af computer-beregninger.

Med udgangspunkt i en stærkt simplificeret pro-

fil af en vinge på en flyver gennemgås metoden i de følgende afsnit som en tre-trins-raket: Først skal vi forstå fysikken bag luftstrømninger, dernæst skal vi have computeren til at beregne strømmingen omkring en given vinge, og til sidst skal computeren finde den bedste vingeform for os.

## Strømmingen sættes på formel

For at forstå luftens strømning skal vi kaste et blik ind i strømmingens verden. Strømninger omhandler væsker og gassers bevægelse og optræder i mange afskygninger i vores hverdag: Fra blodet, der strømmer gennem vores blodårer, til luften, der strømmer omkring en vinge. Fælles for disse fænomener er, at de er styret af de samme fysiske love.



Figur 2: To fysiske love styrer to tilstandsvariable.

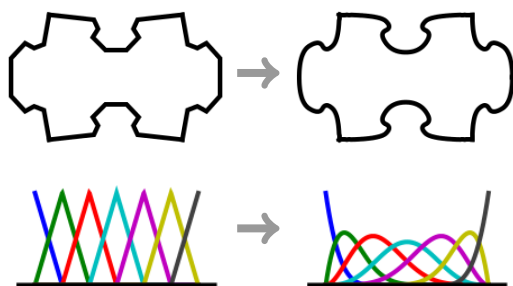
Under tilstrækkeligt simplificerede forhold er der to fysiske love på spil: *Massebevarelsen* siger, at massen, der strømmer ind mod vingen på den ene side, skal være den samme som massen, der strømmer ud på den anden side, mens *kraftbalancen* siger, at der i luftens strømning omkring vingen skal være balance mellem de kræfter, der virker på luftpartiklerne. Tilsvarende er der to ubekendte, såkaldte til-

standsvariable, som vi altså gerne vil bestemme fra disse love: Luftens hastighed og luftens tryk. Gennem komplicerede matematiske relationer kan de fysiske love formuleres helt præcist.

## Glatte computer-beregninger

Med strømningens love på plads, har vi nu brug for en metode til at løse dem, så vi kan simulere strømmingen omkring vingen. På grund af kompleksiteten af strømninger, bruger man ofte computere til at løse dem. *Isogeometrisk analyse* er en ny computer-metode til at løse komplicerede matematiske relationer. Metoden blev foreslået i 2005 af en forskergruppe i USA som en blanding af det bedste fra to velkendte verdener indenfor de tekniske videnskaber: geometrisk modellering og fysisk simulering.

Der er især to aspekter, der gør metoden interessant for strømninger. For det første kan man modellere avancerede geometriske former uhørt nøjagtigt. Og for det andet åbner det muligheden for særdeles præcise simuleringer af lufthastigheden og lufttrykket.



Figur 3: Glatte matematiske funktioner (nederst) er nøglen til nøjagtig modellering af former (øverst).

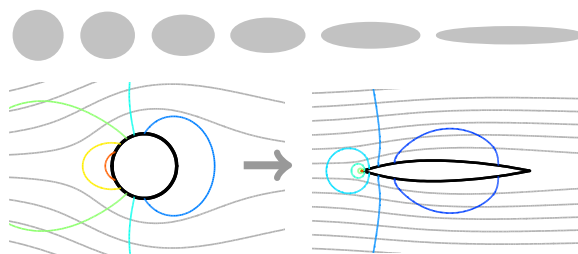
Hemmeligheden ligger i brugen af en bestemt familie af matematiske funktioner til både at modellere formen og simulere lufthastigheden og lufttrykket. Disse såkaldte *B-spline*-funktioner er nemlig specielt pæne og glatte. På sin vis svarer de lidt til brikkerne i et puslespil, og netop fordi de er så pæne og glatte, kan vi samle et langt pænere puslespil end hidtil muligt.

Her render vi dog ind i en udfordring: Ikke alle medlemmer af funktionsfamilien kan nemlig bruges til at simulere strømninger uden videre. En del af ph.d.-projektets bidrag har netop været at finde nye kombinationer af funktioner i denne familie, der kan bruges til simulering af strømninger. Med disse funktioner kan vi ved hjælp af isogeometrisk analyse altså opstille en simplificeret model af en vinge og få computeren til med stor nøjagtighed at beregne strømmingen omkring den.

## Forbedringer i små skridt

Vi er nu klar til at begynde søgningen efter den bedste vingeform. Når vi skal samle puslespillet, placerer vi typisk én brik ad gangen, så vi hele tiden får en større del af billedet frem. Med computer-metoden kan vi nu gøre det samme for vingen: ud fra én vinge kan vi i små skridt justere formen, så luftmodstanden på vingen hver gang bliver lidt mindre.

Men hvordan sørger vi for at justerer vingeformen, så vi hver gang gør luftmodstanden mindre? På samme måde som vi finder bunden af en dal i et bjergrigt landskab: Ved at gå nedad! Computer-modellen kan nemlig både bestemme luftmodstanden på en given vingeform og samtidigt beregne, hvordan vingeformen skal ændres for at gøre luftmodstanden mindre. På den måde kan vi navigere rundt i "landskabet" over luftmodstanden på vingen.



Figur 4: I små skridt justeres formen på vingeprofilen (øverst), og strømmingen omkring vingen ændres (nederst).

På grund af simuleringen af strømmingen er der imidlertid en faldgrube i metoden. Lidt forsimplet kan man forestille sig, at der mellem enkelte brikker i

puslespillet, vi forsøger at lægge, kan opstå kunstige sprækker, når vi ændrer på formen ved at trække i det. Og når vi navigerer rundt i landskabet på vej mod bunden af dalen, kan vi ved et uheld falde ned i en af disse kunstige sprækker. Et af ph.d.-projektets bidrag har været at udvikle en ny metode til at undgå denne faldgrube. I praksis gøres det ved til luftmodstanden at lægge et bidrag, der så at sige måler sprækkernes størrelse, og så gøre denne sum så lille som mulig. I landskabet svarer det lidt til en udglætning af området.

Typisk optræder der i formoptimering også krav til formen på genstanden. For en vinge skal opdriften være tilstrækkeligt stor til, at flyveren faktisk kan flyve, og vingen skal typisk også have en vis størrelse. I landskabet svarer disse sidebetingelser blot til at visse områder udelukkes, og det kan metoden naturligvis sagtens håndtere.

## En metode med muligheder

Vi har nu gennemgået hovedtrækkene i den foreslåede metode til at løse formoptimeringsopgaver indenfor strømninger ved hjælp af en computer. Konkret har vi set, hvordan metoden kan bruges til at designe en simplificeret vingeprofil, så brændstofforbruget minimeres, til glæde for miljøet og billetpriserne. I forlængelse af puslespillet kan metoden netop finde formen, som passer bedst ind i sammenhængen. Computeren overtager på den måde rollen som puslespils lægger.

Ph.d.-projektet har ikke revolutioneret designet af vinger. I stedet repræsenterer det et skridt på vejen mod en bedre simulering af strømninger generelt, og især mod en mere effektiv formgivning af objekter, der optræder i strømninger.

Jagten på optimale former optræder igen og igen i de tekniske videnskaber. Indenfor strømninger spænder dette fra designet af kæmpevindmøller til sammensyningen af bittesmå blodårer. Og faktisk er der intet til hinder for at bruge metoden i helt andre fysiske sammenhænge. De matematiske relationer ser godt anderledes ud. Men det svarer blot til at ændre på billedet af puslespillet. Sådanne udvidelser af metodens anvendelse er del af de mange spændende muligheder, der venter forude.